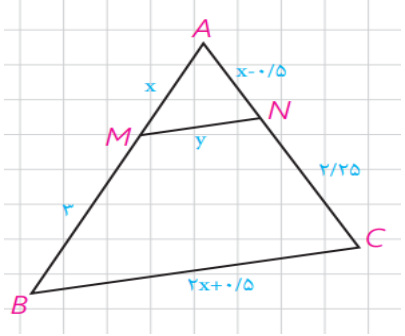
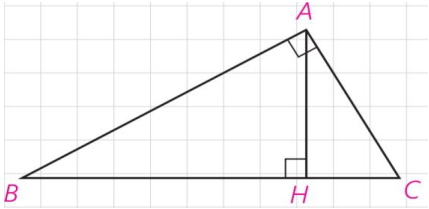
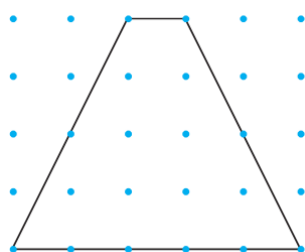
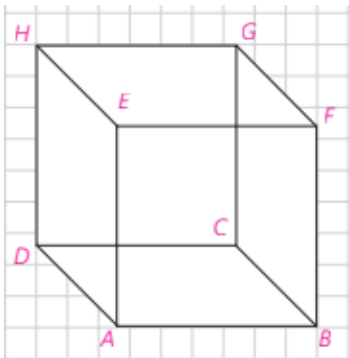
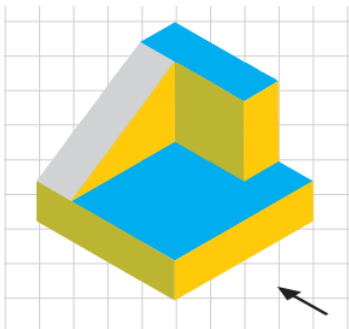


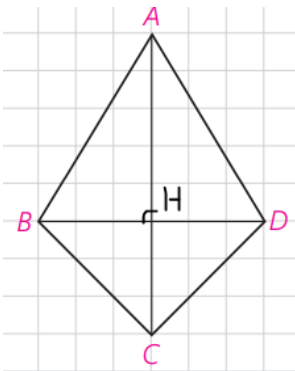
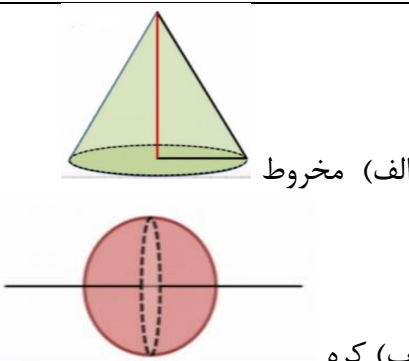
|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                  |  |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|--|
| نام خانوادگی: ..... پایه: دهم ریاضی  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ساعات درس: هندسه |  |
| نام و نام خانوادگی دبیر: الهام موسوی |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | نمره به عدد:     |  |
| تاریخ و امضا:                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | نمره به حروف:    |  |
| ردیف                                 | پیامبر اکرم (ص): « نیکوکاری کامل آن است که در نهان همان را انجام دهی که در آشکارا انجام می دهی »                                                                                                                                                                                                             | بارم             |  |
| ۱                                    | عکس قضایای زیر نوشته و سپس آن‌ها به صورت قضیه دو شرطی بیان کنید.<br>الف) اگر نقطه‌ای روی عمود منصف پاره خط قرار داشته باشد، آنگاه از دو سر پاره خط به یک اندازه است.<br>عکس:.....<br>دو شرطی:.....<br>ب) اگر دو دایره شعاع‌های برابر داشته باشند، آنگاه مساحت‌های برابر دارند.<br>عکس:.....<br>دو شرطی:..... | ۲                |  |
| ۲                                    | با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث $ABC$ ، $AC \neq AB$ آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$ .                                                                                                                                                                                                                       | ۱                |  |
| ۳                                    | در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است، مقدار $x$ و $y$ را به کمک قضیه تالس و تعمیم قضیه تالس دست آورید.<br>                                                                                                                  | ۱,۵              |  |
| ۴                                    | در مثلث قائم الزاویه $ABC$ ( $\angle A = 90^\circ$ )، $BH=6$ و $CH=4$ است. اندازه $AH$ و $AB$ و $AC$ را محاسبه کنید.<br>                                                                                                  | ۱,۵              |  |
| ۵                                    | طول پاره خطی را به دست آورید که واسطه هندسی بین دو پاره خط به طول‌های ۲۰ و ۵ سانتی متر باشد.                                                                                                                                                                                                                 | ۱                |  |

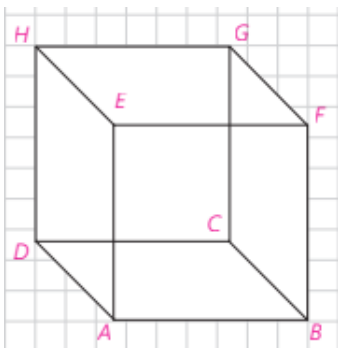
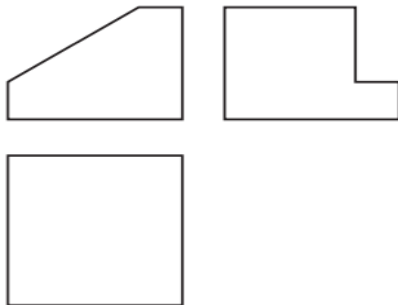
|    |                                                                                                                                                                                                                              |     |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| ۶  | ثابت کنید اگر قطرهای یک چهارضلعی بر هم عمود باشند، مساحت آن برابر است با نصف حاصلضرب اندازه‌های دو قطر.                                                                                                                      | ۱.۵ |
| ۷  | اگر مساحت یک مثلث متساوی الاضلاع $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ باشد، طول ضلع و ارتفاع آن را به دست آورید.                                                                                                                            | ۱   |
| ۸  | چهار مورد از ویژگی‌ها و خواص متوازی الاضلاع را نام ببرید.                                                                                                                                                                    | ۲   |
| ۹  | در کدام $n$ ضلعی تعداد قطرهای ۲ برابر تعداد اضلاع آن است؟                                                                                                                                                                    | ۱   |
| ۱۰ | در شکل مقابل مساحت دوزنقه را بعد از تعیین نقاط درونی و مرزی به کمک فرمول پیک و فرمول معروف مساحت محاسبه کرده و مقایسه کنید.                                                                                                  | ۱.۵ |
| ۱۱ | <p>در هر مورد مشخص کنید نام شکل حاصل از دوران چه خواهد بود؟ (تصویر مناسبی از آن رسم کنید).</p> <p>الف) دوران یک مثلث قائم الزاویه حول ضلع قائمه آن</p> <p>ب) دوران دایره حول قطر آن</p> <p>ج) دوران یک مستطیل حول ضلع آن</p> | ۱.۵ |



|     |                                                                                                                                                                                                                 |            |    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|----|
| ۲   | <p>در شکل مقابل:</p> <p>الف) دو خط متنافر، دو خط موازی و دو صفحه متقاطع نام ببرید</p> <p>ب) شرط تعامد خط بر صفحه چیست؟ در شکل با دلیل مثال بزنید.</p>                                                           |            | ۱۲ |
|     |                                                                                                                                |            |    |
| ۱،۵ | <p>اگر به شکل زیر از سه نمای روبرو (جهت فلش نمایش داده شده) و چپ و بالا، نگاه کنیم به چه صورت دیده می‌شود؟ آن‌ها را ترسیم کنید.</p>                                                                             |            | ۱۳ |
|     |                                                                                                                               |            |    |
| ۱   | <p>سطح مقطع حاصل از برش در شکل‌های زیر چیست؟</p> <p>الف) استوانه با صفحه برش موازی با قاعده آن</p> <p>ب) مخروط با صفحه مایل</p> <p>ج) استوانه با صفحه برش عمود بر قاعده آن</p> <p>د) کره با صفحه برش دلخواه</p> |            | ۱۴ |
| ۲۰  | جمع نمره                                                                                                                                                                                                        | موفق باشید |    |

|                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             |      |
|--------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--|-----------------|--|----------------------|--|-------------------|--|-----------------------------|------|
| نام خانوادگی:.....                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | پایه: دهم ریاضی |  | ساعت شروع:..... |  | مدت زمان امتحان: ۱۲۰ |  | شماره صندلی:..... |  | نام:..... سوالات درس: هندسه |      |
| نام و نام خانوادگی دبیر: الهام موسوی |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                 |  | نمره به عدد:    |  |                      |  | نمره به حروف:     |  |                             |      |
| تاریخ و امضا:                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             |      |
| ردیف                                 | پیامبر اکرم(ص): « نیکوکاری کامل آن است که در نهان همان را انجام دهی که در آشکارا انجام می دهی»                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | بارم |
| ۱                                    | الف)<br>عکس: اگر نقطه‌ای از دو سر پاره خط به یک اندازه باشد، آنگاه آن نقطه روی عمود منصف پاره خط قرار دارد.<br>دوشرطی: نقطه‌ای روی عمود منصف پاره خط قرار دارد، اگر و فقط اگر از دو سر پاره خط به یک اندازه باشد.<br>ب)<br>عکس: اگر دو دایره مساحت‌های برابر داشته باشند، آنگاه شعاع‌های برابر دارند.<br>دوشرطی: دو دایره شعاع‌های برابر دارند، اگر و فقط اگر مساحت‌های برابر داشته باشند.                                                               |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | ۲    |
| ۲                                    | اثبات(برهان خلف):<br>نقیض حکم: فرض میکنیم $\angle B = \angle C$<br>پس مثلث ABC متساوی الساقین است، در نتیجه $AB=BC$ (به تناقض با فرض مسئله رسیدیم)<br>پس نقیض حکم باطل و حکم صحیح است.                                                                                                                                                                                                                                                                   |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | ۱    |
| ۳                                    | طبق قضیه تالس:<br>$MN \parallel BC \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{x-0.5}{2.25} \rightarrow 2.25x = 3 \times (x - 0.5) \rightarrow 1.5 = 3x - 2.25x \quad 0.5 = 0.75x \quad x = \frac{1.5}{0.75} = 2$<br>طبق قضیه تعمیم تالس:<br>$MN \parallel BC \rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{y}{2x+0.5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{2 \times 2 + 0.5} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{y}{4.5} \quad 2 \times 4.5 = 5 \times y \quad y = \frac{9}{5} = 1.8$ |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | ۱,۵  |
| ۴                                    | $AH^2 = BH \times CH = 6 \times 4 = 24 \quad AH = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$<br>$AB^2 = BH \times BC = 6 \times 10 = 60 \quad AB = 2\sqrt{15}$<br>$AC^2 = CH \times BC = 4 \times 10 = 40 \quad AC = 2\sqrt{10}$                                                                                                                                                                                                                                             |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | ۱,۵  |
| ۵                                    | $b^2 = a \times c \quad b^2 = 5 \times 20 = 100 \quad b = \sqrt{100} = 10$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                 |  |                 |  |                      |  |                   |  |                             | ۱    |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                 |    |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱,۵ | $S(ABCD) = S(\triangle ABD) + S(\triangle BDC)$<br><br>$S(ABCD) = \frac{BD \times AH}{2} + \frac{BD \times CH}{2} = \frac{BD}{2} \times (AH + CH) = \frac{BD \times AC}{2}$  | ۶  |
| ۱   | <p>ضلع و ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع برابر است با:</p> $\frac{9\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \times \sqrt{3}}{4} \quad a^2 = 9 \quad a = \sqrt{9} = 3$ $h = \frac{a \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$                          | ۷  |
| ۲   | <p>(۱) در متوازی الاضلاع، هر دو ضلع مقابل هم اندازه اند.<br/> (۲) در متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مقابل هم اندازه اند.<br/> (۳) در متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل اند.<br/> (۴) در متوازی الاضلاع، قطرهای همدیگر را نصف می کنند. و ....</p>              | ۸  |
| ۱   | $\frac{n(n-3)}{2} = 2n \quad \frac{n-3}{2} = 2 \quad n-3 = 4 \quad n = 4 + 3 = 7$                                                                                                                                                                               | ۹  |
| ۱,۵ | <p>فرمول پیک:</p> $b = 10 \quad i = 8 \quad S = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{10}{2} - 1 + 8 = 12$ <p>فرمول مساحت ذوزنقه:</p> $S = \frac{(1+5) \times 4}{2} = \frac{6 \times 4}{2} = 12$                                                                          | ۱۰ |
| ۱,۵ |  <p>الف) مخروط</p> <p>ب) کره</p>                                                                                                                                           | ۱۱ |

|     |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                      |             |  |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------|--|
|     |                                                                                                                                                                                                                                    |   | (ج) استوانه |  |
| ۲   | در شکل مقابل:<br>الف) دو خط متناظر مثل $AD$ و $EF$ ، دو خط موازی مثل $AB$ و $EF$ ، دو صفحه متقاطع مثل $ABCD$ و $EFAB$<br>ب) اگر خطی مانند $EF$ بر دو خط متقاطع $AB$ و $AD$ از صفحه $ABCD$ عمود باشد آنگاه بر صفحه $ABCD$ عمود است. |     | ۱۲          |  |
| ۱,۵ |                                                                                                                                                                                                                                    |  | ۱۳          |  |
| ۱   |                                                                                                                                                                                                                                    | الف) دایره<br>ب) بیضی<br>ج) مستطیل<br>د) دایره                                       | ۱۴          |  |
| ۲۰  | جمع نمره                                                                                                                                                                                                                           | موفق باشید                                                                           |             |  |

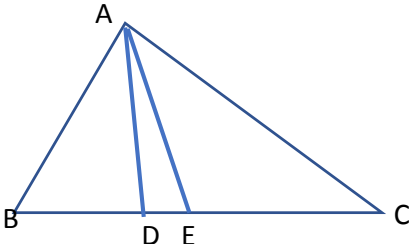
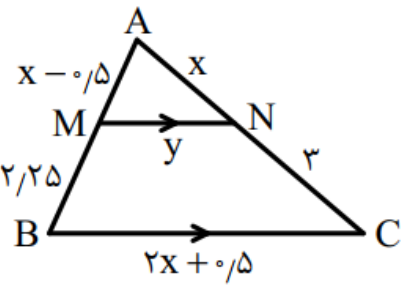
نام و نام خانوادگی: .....

مقطع و رشته: دهم ریاضی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه

| محل مهر و امضاء مدیر | نمره به عدد:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | نمره به حروف:  |
|----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
|                      | نام دبیر:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | تاریخ و امضاء: |
| ردیف                 | سوالات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | نمره           |
| ۱                    | <p>جاهای خالی را کامل کنید.</p> <p>الف) محل هم‌رسی ..... در مثلث از سه ضلع آن به یک فاصله است.</p> <p>ب) در هر مثلث، نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ..... وارد بر آنها برابر است.</p> <p>ج) اگر وسط اضلاع یک ..... را به صورت متوالی به هم وصل کنیم، شکل حاصل مربع می‌شود.</p> <p>د) خطی که از برخورد دو صفحه با یکدیگر حاصل می‌شود، ..... آن دو صفحه نامیده می‌شود.</p> | ۱              |
| ۲,۵                  | <p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) قضیه ضلع برتر را بیان کنید.</p> <p>ب) آیا تمام مثلث‌ها با هم متشابه‌اند؟ کدام نوع از مثلث‌ها همیشه با هم متشابه هستند؟ چرا؟</p> <p>ج) مجموع فاصله‌های هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع برابر با کدام جز مثلث است؟</p> <p>د) سطح مقطع را تعریف کنید.</p> <p>ه) واسطه هندسی را تعریف کنید.</p>                                   | ۲              |
| ۱                    | سه پاره خط به طول‌های $6x$ ، $x+7$ و $4(x-1)$ داده شده‌اند. اگر مجموع این طول‌ها ۳۶ باشد، آیا این پاره‌ها می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند؟ توضیح دهید.                                                                                                                                                                                                                           | ۳              |
| ۱                    | به کمک برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث $ABC$ ، $AB \neq AC$ باشد، آنگاه $B \neq C$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۴              |
| ۱,۵                  | <p>در شکل مقابل مساحت مثلث <math>ACE</math> سه برابر مساحت <math>ADE</math> و دو برابر مساحت مثلث <math>ABD</math> است. نسبت‌های زیر را به دست آورید.</p> $\frac{BC}{DE} = \frac{DE}{BD} =$                                                                                                   | ۵              |
| ۱,۵                  | <p>مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را به دست آورید.</p>                                                                                                                                                                                                                                | ۶              |

|    |                                                                                                                                                                      |      |
|----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۷  | طول اضلاع یک مثلث ۱۰، ۱۲ و ۱۵ سانتی متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن ۱۰ سانتی متر است. محیط مثلث دوم را به دست آورید.                                      | ۱,۵  |
| ۸  | از تقاطع نیمسازهای داخلی یک متوازی الاضلاع، چهارضلعی MNPO پدید آمده است. ثابت کنید این چهارضلعی مستطیل است.                                                          | ۱,۵  |
| ۹  | در مثلث قائم الزاویه ABC، اندازه زاویه B برابر ۱۵ درجه است. ثابت کنید اندازه ارتفاع وارد بر وتر یک چهارم وتر است. (راهنمایی: میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنید) | ۱,۵  |
| ۱۰ | مساحت چندضلعی زیر را با فرمول پیک به دست آورید.<br>(نوشتن رابطه پیک الزامی است.)                                                                                     | ۱,۲۵ |
| ۱۱ | اگر روی تمام وجه های مکعب هایی حرف A نوشته شده است. ۵ تا از این مکعب ها را به شکل ستونی روی میز روی هم می چینیم. چند حرف A دیده می شود؟                              | ۰,۷۵ |
| ۱۲ | حاصل ضرب تعداد مربع های نماهای بالا، چپ و رو به روی جسم مقابل را به دست آورید.                                                                                       | ۱,۵  |
| ۱۳ | صفحه P کره ای به مرکز O و به شعاع ۱۳ سانتی متر را قطع کرده است. اگر فاصله مرکز کره از صفحه P برابر ۵ سانتی متر باشد، مساحت این سطح مقطع را حساب کنید.                | ۱,۵  |
| ۱۴ | شکل حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه حول هر کدام از اضلاع قائم، چه شکلی می شود؟                                                                                    | ۰,۵  |
| ۱۵ | تمام وجه های مکعب مقابل را رنگ آمیزی کرده ایم.<br>نسبت تعداد مکعب های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند به مکعب های کوچکی که یک وجه رنگ شده دارند، را به دست آورید.      | ۱,۵  |

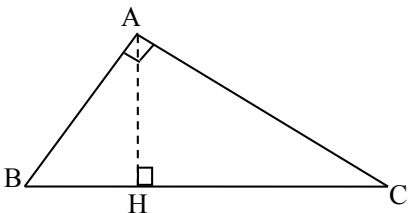
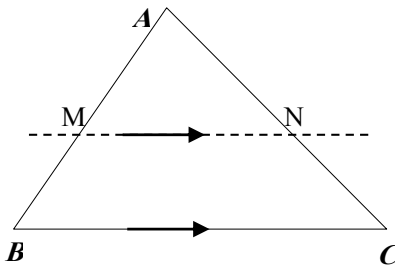
| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | محل مهر یا امضاء مدیر |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| ۱    | الف) نیمسازها<br>ب) ارتفاع ها<br>ج) مربع<br>د) فصل مشترک                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | هرمورد ۰,۲۵ نمره      |
| ۲    | الف) هرگاه در مثلثی، دو ضلع نابرابر داشته باشیم، زاویه مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه مقابل به ضلع کوچکتر. ۰,۵ نمره<br>ب) خیر، مثلث های متساوی الاضلاع، زیرا همه زوایا با یکدیگر برابرند. ۰,۷۵ نمره<br>ج) ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع ۰,۲۵ نمره<br>د) شکل حاصل از تقاطع یک حجم هندسی با یک صفحه ۰,۵ نمره<br>ه) b را واسطه هندسی a و c نامیم، هرگاه $ac = b^2$ . ۰,۵ نمره                                                                                                                                                                                    |                       |
| ۳    | اضلاع مثلث عبارتند از ۸، ۱۰ و ۱۸ که در نامساوی مثلثی صدق نمی کنند. پس نمی توانند یک مثلث بسازند. ۱ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                       |
| ۴    | تمرین ۲ صفحه ۲۷ کتاب درسی ۱ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                       |
| ۵    | اگر دو مثلث در یک راس مشترک باشند و قاعده های مقابل به این راس در امتداد هم باشند، نسبت مساحت ها با نسبت قاعده ها برابر است.<br>$S_{ACE} = ۳S_{ADE}, \quad S_{ACE} = ۲S_{ABD} \rightarrow S_{ADE} = \frac{۲}{۳}S_{ABD} \rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABD}} = \frac{۲}{۳} = \frac{DE}{BD}$ $\frac{S_{ABC}}{S_{AEC} = ۳S_{ADE}} \rightarrow S_{ABC} = S_{ABD} + ۴S_{ADE}$ $\xrightarrow{S_{ABD} = \frac{۳}{۲}S_{ADE}} S_{ABC} = \left(\frac{۳}{۲} + ۴\right)S_{ADE} = \frac{۱۱}{۲}S_{ADE} \rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{۱۱}{۲} = \frac{BC}{DE}$ ۱,۵ نمره |                       |
| ۶    | $\frac{x - ۰.۵}{۲.۲۵} = \frac{x}{۳} \rightarrow ۳x - ۱.۵ = ۲.۲۵x \rightarrow ۰.۷۵x = ۱.۵ \rightarrow x = ۲$ $\frac{۲}{۵} = \frac{y}{۴.۵} \rightarrow ۵y = ۹ \rightarrow y = \frac{۹}{۵}$ هرمورد ۰,۷۵ نمره (۱,۵ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                       |
| ۷    | محیط مثلث اولیه<br>$۳۷ = ۱۵ + ۱۲ + ۱۰$ $\frac{۳۷}{x} = \frac{۱۵}{۱۰} \rightarrow x = \frac{۷۴}{۳}$ ۱ نمره (۱,۵ نمره)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                       |
| ۸    | تمرین ۳ صفحه ۶۳ کتاب درسی ۱,۵ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                       |
| ۹    | تمرین ۵ صفحه ۶۴ کتاب درسی ۱,۵ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                       |
| ۱۰   | $S = \frac{b}{۲} + i - ۱, b = ۱۳, i = ۴ \rightarrow \frac{۱۳}{۲} + ۴ - ۱ = ۹.۵$ ۱,۲۵ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                       |
| ۱۱   | ۴ وجه هر مکعب دیده می شود + وجه بالای مکعب بالایی<br>$۴ \times ۵ + ۱ = ۲۱$ ۰,۷۵ نمره                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                       |
| ۱۲   | مربع های نمای بالا: ۱۲                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                       |

|                                     |                                                                                                                            |                    |
|-------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
|                                     | مربع های نمای رو به رو: ۶<br>مکعب های نمای چپ: ۵<br>حاصل ضرب: ۳۶۰<br>۱,۵ نمره                                              |                    |
| ۱۳                                  | شعاع سطح مقطع: ۱۲<br>$S = \pi r^2 = 144\pi$<br>۱,۵ نمره                                                                    |                    |
| ۱۴                                  | مخروط قائم<br>۰,۵ نمره                                                                                                     |                    |
| ۱۵                                  | مکعب های رنگی دو وجه رنگ شده: ۳۲<br>مکعب های رنگی یک وجه رنگ شده: ۲۴<br>نسبت:<br>$\frac{32}{24} = \frac{4}{3}$<br>۱,۵ نمره |                    |
| نام و نام خانوادگی مصحح :<br>امضاء: |                                                                                                                            | جمع بارم : ۲۰ نمره |

|                     |             |                         |
|---------------------|-------------|-------------------------|
| شماره :             |             | نام درس: هندسه ۱        |
| نام و نام خانوادگی: |             | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |
| کلاس                | رشته: ریاضی | زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |
|                     |             | تعداد صفحه: ۶ صفحه      |

| ردیف | سؤالات (پاسخ سوالات در همین برگه سوال)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود. | نمره       |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|------------|
| ۱    | از بین کلمات داخل کادر، عبارت های زیر را کامل کنید. (کلمات اضافی وجود دارد).<br><div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> قاعده های - ارتفاع های - استنتاجی - میانه - خطی - استقرایی - نیمساز </div> الف) نوعی استدلال که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم به آن استدلال، استدلال ..... گفته می شود.<br>ب) اگر دو مثلث در یک راس مشترک بوده وقاعده مقابل به این راس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت های آنها برابر با نسبت اندازه ..... آنهاست.<br>پ) اگر در مثلث اندازه ..... وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد آن مثلث قائم الزویه است.<br>ت) دو صفحه بر هم عمودند هرگاه هرکدام شامل ..... باشد که بر دیگری عمود باشد. |                                   | ۱          |
| ۲    | درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. <u>سپی عبارات نادرست را به صورت درست بیان کنید.</u><br>الف) اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آنگاه زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر است از زاویه رو به ضلع کوچک تر.<br>ب) اگر دو چندضلعی با نسبت $k$ متشابه باشند نسبت محیط های آنها مساوی $k^2$ است.<br>پ) شکل حاصل از برخورد نیمساز های داخلی هر مستطیل یک متوازی الاضلاع است.<br>ت) اگر خطی بر یکی از خط های صفحه عمود باشد، خط الزاما بر صفحه عمود است.                                                                                                                                                                                                                                                      |                                   | ۱/۷۵       |
| ۳    | عبارات زیر را کامل و دقیق تعریف کنید.<br>الف - سطح مقطع<br>ب - چندضلعی                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                   | ۰/۵<br>۰/۵ |
| ۴    | از مثلث قائم الزویه یک زاویه $30^\circ$ درجه و طول وتر برابر ۴ است، طریقه رسم مثلث را کامل بیان کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                   | ۱/۵        |

|                     |             |                         |
|---------------------|-------------|-------------------------|
| شماره:              |             | نام درس: هندسه ۱        |
| نام و نام خانوادگی: |             | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |
| کلاس                | رشته: ریاضی | زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |
|                     |             | تعداد صفحه: ۶ صفحه      |

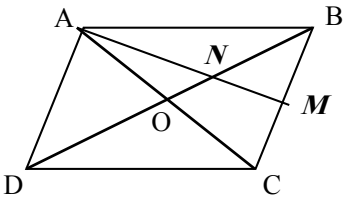
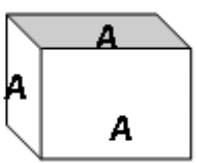
| ردیف | سؤالات (پاسخ سوالات در همین برگه سوال)                                                                                                    | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود.                                                   | نمره |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۵    | الف- به کمک یک مثال نقض درستی عبارت زیر را رد کنید.<br>" در فضا دو خط عمود بر یک خط الزاما موازی اند. "                                   |                                                                                     | ۰/۵  |
|      | ب- قضیه زیر را به صورت قضیه دو شرطی بنویسید.<br>" اگر در یک چهارضلعی زوایه ها مقابل برابر باشند، آنگاه این چهارضلعی متوازی الاضلاع است. " |                                                                                     | ۰/۵  |
| ۶    | با استفاده از تشابه، در مثلث قائم الزوایه رو به رو ثابت کنید:<br>$AB^2 = HB \times BC$                                                    |  | ۱/۲۵ |
| ۷    | در شکل مقابل اگر $BC \parallel MN$ و $MN = \frac{2}{3} BC$ و $AM = ۱۲$ باشد آنگاه طول $BM$ را محاسبه کنید                                 |  | ۱/۵  |

|                     |  |                         |
|---------------------|--|-------------------------|
| شماره :             |  | نام درس: هندسه ۱        |
| نام و نام خانوادگی: |  | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |
| رشته: ریاضی         |  | زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |
| کلاس                |  | تعداد صفحه: ۶ صفحه      |

| ردیف | سؤالات (پاسخ سوالات در همین برگه سوال)                                                                                                                  | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود. | نمره |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|------|
| ۸    | در یک $n$ ضلعی تعداد قطر ها با تعداد اضلاع برابر است .<br>الف- به کمک رابطه تعداد قطر ها و تعداد اضلاع، مقدار $n$ را به دست آورید.                      |                                   | ۰/۷۵ |
|      | ب- مجموع زوایای داخلی این $n$ ضلعی را به دست آورید.                                                                                                     |                                   | ۰/۲۵ |
| ۹    | قضیه: ثابت کنید، هر چهار ضلعی که قطر هایش همدیگر را نصف کنند، متوازی الاضلاع می باشند.                                                                  |                                   | ۱/۲۵ |
| ۱۰   | در مثلث قائم الزویه $ABC$ ، اندازه زاویه ی $B = ۱۵^\circ$ است، بارسم میانه و ارتفاع وارد بر وتر نشان دهید اندازه ی ارتفاع وارد بر وتر یک چهارم وتر است. |                                   | ۱/۲۵ |

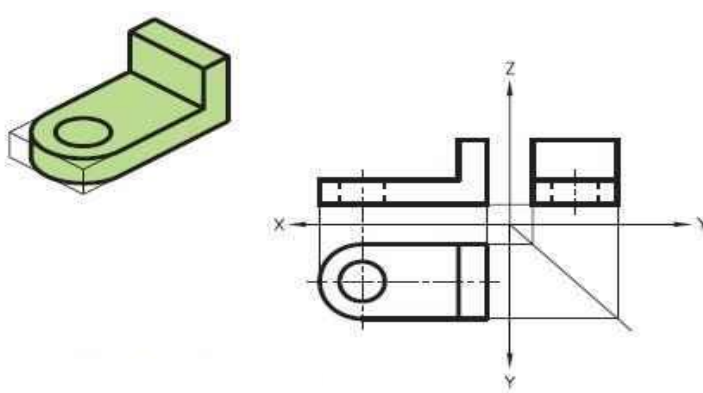
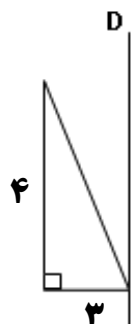
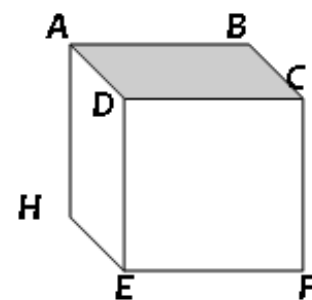
ادامه سوالات در صفحه چهارم »

|                         |  |
|-------------------------|--|
| شماره:                  |  |
| نام و نام خانوادگی:     |  |
| رشته: ریاضی             |  |
| کلاس                    |  |
| نام درس: هندسه ۱        |  |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |  |
| زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |  |
| تعداد صفحه: ۶ صفحه      |  |

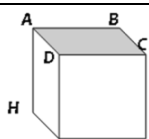
| ردیف | سؤالات (پاسخ سوالات در همین برگه سوال)                                                                                                                                                                                                                                          | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود.                                                   | نمره       |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| ۱۱   | <p>در شکل مقابل از راس <math>A</math> به وسط ضلع <math>BC</math> وصل می کنیم. تا قطر دیگر متوازی الاضلاع را در نقطه <math>N</math> قطع کند اگر مساحت متوازی الاضلاع ۱۲ باشد. مساحت مثلث <math>BMN</math> را به دست آورید.</p>                                                   |    | ۱/۲۵       |
| ۱۲   | <p>در یک چندضلعی شبکه ای مجموع تعداد نقاط مرزی و درونی ۱۴ است اگر مساحت این چندضلعی شبکه ۱۰ باشد تعداد نقاط مرزی و درونی را مشخص کنید.</p>                                                                                                                                      |                                                                                     | ۱          |
| ۱۳   | <p>روی تمام وجه های مکعب روبرو حرف <math>A</math> نوشته و در حالت های زیر مشخص کنید چه تعداد حرف <math>A</math> دیده می شود؟</p> <p>الف- اگر مکعب ها در یک ستون ده تایی روی هم چیده شده باشند.</p> <p>ب- در دو ستون به هم چسبیده، یکی ۴ تایی و دیگری ۶ تایی چیده شده باشند.</p> |  | ۰/۵<br>۰/۵ |
| ۱۴   | <p>کره ای به شعاع ۵ توسط صفحه ای به فاصله ۳ از مرکز کره برش داده می شود مساحت سطح مقطع حاصل را بیابید.</p>                                                                                                                                                                      |                                                                                     | ۱          |

|                     |             |                         |
|---------------------|-------------|-------------------------|
| شماره:              |             | نام درس: هندسه ۱        |
| نام و نام خانوادگی: |             | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |
| کلاس                | رشته: ریاضی | زمان امتحان: ۱۲۰ دقیقه  |
|                     |             | تعداد صفحه: ۶ صفحه      |

| ردیف | سؤالات (پاسخ سوالات در همین برگه سوال) | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود. | نمره |
|------|----------------------------------------|-----------------------------------|------|
|------|----------------------------------------|-----------------------------------|------|

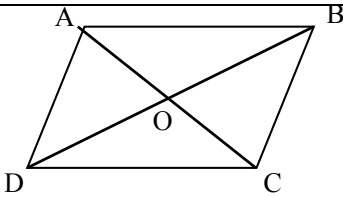
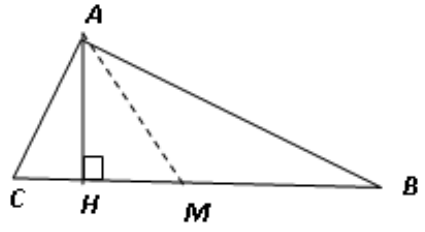
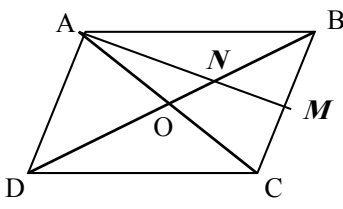
|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                 |    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱۵ | <p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف- از دوران یک دوزنقه قائم الزوایه حول ضلع قائم، چه شکل فضایی ایجاد می شود؟</p> <p>ب- هرگاه صفحه ای عمود بر قاعده یک مخروط توپر، مخروط را قطع کند سطح مقطع حاصل چه شکلی است؟</p> <p>ت- سه نما شکل روبرو رسم شده مشخص کنید کدام شکل نما چپ، کدام شکل نما روبرو و کدام شکل نمای بالا شکل است؟</p> | <p>۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵</p> <p>۰/۷۵</p>                                                                           | ۱  |
| ۱۶ | <p>پ- مثلث قائم الزوایه با اضلاع قائم ۳ و ۴ را حول خط D دوران می دهیم حجم شکل فضایی حاصل را محاسبه کنید.</p> <p>با توجه به مکعب روبرو به سوالات پاسخ دهید</p> <p>الف دو صفحه عمود بر هم نام ببرید</p> <p>ب- خط متنافر با خط EF نام ببرید</p>                                                                                         | <p>۰/۲۵</p> <p>۰/۲۵</p>   |    |
|    | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | جمع نمره                                                                                                                                                                                        | ۲۰ |

|                         |  |                            |
|-------------------------|--|----------------------------|
| نام درس: هندسه ۱        |  | پاسخ تشریحی سوالات هندسه ۱ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |  |                            |
| تعداد صفحه: ۳ صفحه      |  | رشته: ریاضی                |

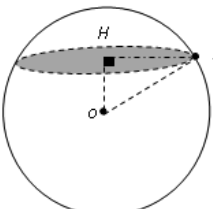
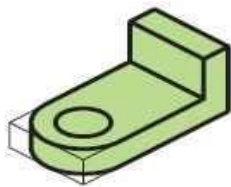
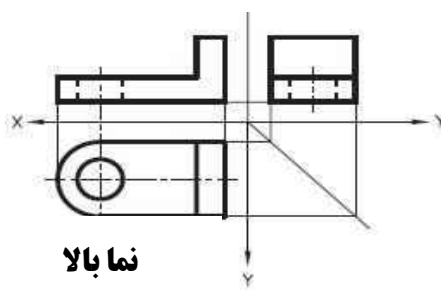
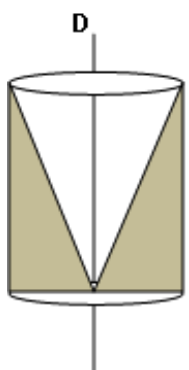
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود.                                                   | نمره       |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| ۱    | الف) استنتاجی (۰/۲۵) ب) ارتفاع های (۰/۲۵) پ) میانه (۰/۲۵) ت) خطی (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                     | ۱          |
| ۲    | الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) k (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) مربع (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵) دو خط متقاطع (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                     | ۱/۷۵       |
| ۳    | الف - سطح مقطع: شکلی که از برخورد یک صفحه با یک شکل هندسی حاصل می شود. (۰/۵)<br>ب - چندضلعی: شکلی است از شامل حداقل سه پاره خط بطوریکه اولاً پاره خط ها در امتداد هم نباشند ثانياً هر پاره خط دو پاره خط را فقط در نقاط انتهایی خود قطع کند (۰/۵)                                                                                            |                                                                                     | ۰/۵<br>۰/۵ |
| ۴    | در مثلث قائم الزوایه ضلع روبرو به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است و این ضلع برابر ۲ (۰/۲۵) و ضلع دیگر برابر است با: $۲\sqrt{۳}$ (۰/۲۵)، پاره خطی به طول ۴ رسم می کنیم از دو سر آن دو کمان به اندازه ۲ و $۲\sqrt{۳}$ رسم می کنیم (۰/۲۵) محل برخورد دو کمان راس سوم مثلث است. (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۲۵)                                                  |                                                                                     | ۱/۵        |
| ۵    | الف - در شکل روبرو دو خط $AB, AD$ بر خط عمود $AH$ هستند ولی باهم موازی نیستند. (۰/۵)<br>ب - یک چهارضلعی متوازی الاضلاع است اگر فقط اگر زوایه ها مقابل برابر باشند (۰/۵)                                                                                                                                                                      |  | ۰/۵<br>۰/۵ |
| ۶    | دو مثلث $ABC, ABH$ در نظر می گیریم.<br>$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \quad (۰/۵) \\ \hat{H}_1 = \hat{A} = ۹۰^\circ \quad (۰/۵) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز ز}} \underbrace{ABC \approx ABH}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{\frac{AB}{BC} = \frac{BH}{AB}}_{(۰/۵)}$<br>$\longrightarrow AB^2 = BH \times BC$ |                                                                                     | ۱/۷۵       |
| ۷    | $BC \parallel MN \longrightarrow \underbrace{\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}}_{(۰/۵)} \longrightarrow \underbrace{\frac{۱۲}{AB} = \frac{۲}{۳}}_{(۰/۵)} \longrightarrow \underbrace{AB = ۱۸}_{(۰/۲۵)}$<br>$\longrightarrow BM = AB - AM = ۶ (۰/۲۵)$                                                                                             |                                                                                     | ۱/۵        |

ادامه سوالات در صفحه دوم»

|                         |  |                            |
|-------------------------|--|----------------------------|
| نام درس: هندسه ۱        |  | پاسخ تشریحی سؤالات هندسه ۱ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |  |                            |
| تعداد صفحه: ۳ صفحه      |  | رشته: ریاضی                |

| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود.                                                   | نمره         |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| ۸    | الف) $\frac{n(n-3)}{2} = n \rightarrow n^2 - 3n = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 5 \quad (0/25) \\ n = 0 \quad \times \quad (0/25) \end{cases}$<br>ب) $(n-2)180 = 3(180) = 540 \quad (0/25)$                                                                                                                              |                                                                                     | ۰/۷۵<br>۰/۲۵ |
| ۹    | دو مثلث AOB, DOC بنا به حالت برابری دوضلع وزاویه بین<br>همنهشت هستند (۱) $AB = DC \quad (0/5)$<br>دو مثلث AOD, BOC بنا به حالت برابری دوضلع وزاویه بین<br>همنهشت هستند (۲) $AD = BC \quad (0/5)$<br>از (۱) و (۲) نتیجه می شود چهارضلعی متوازی الاضلاع است (۰/۲۵)                                                           |    | ۱/۲۵         |
| ۱۰   | میانۀ وارد بر وتر نصف وتر است<br>$(0/25) \quad AM = MB = \frac{1}{2} BC \rightarrow A_1 = B = 15$<br>زاویه AMC زاویه خارجی مثلث است<br>$(0/25) \quad AMC = A_1 + B = 30$<br>ضلع روبرو به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است<br>$AH = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} BC) = \frac{1}{4} BC \quad (0/25)$<br>رسم شکل (۰/۲۵) |  | ۱/۲۵         |
| ۱۱   | هر قطر متوازی الاضلاع، متوازی الاضلاع را به دو مثلث هم مساحت تبدیل می کند (۰/۲۵)<br>در شکل مقابل AM, BO میانه مثلث ABC هستند (۰/۲۵)<br>سه میانه مثلث را به ۶ مثلث هم مساحت تبدیل می کند (۰/۲۵)<br>$(0/5) \quad S_{BMN} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{6} (6) = 1$                                                        |  | ۱/۲۵         |
| ۱۲   | $\begin{cases} S = \frac{b}{2} - 1 + i = 10 \quad (0/25) \\ b + i = 14 \end{cases} \rightarrow b + 2i = 22 \quad (0/25) \rightarrow i = 8, b = 6 \quad (0/5)$                                                                                                                                                              |                                                                                     | ۱            |

|                         |  |                            |
|-------------------------|--|----------------------------|
| نام درس: هندسه ۱        |  | پاسخ تشریحی سوالات هندسه ۱ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |  |                            |
| تعداد صفحه: ۳ صفحه      |  | رشته: ریاضی                |

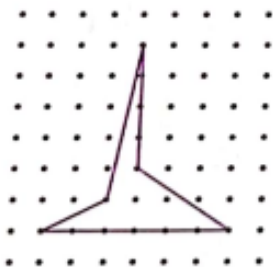
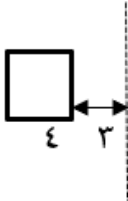
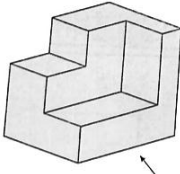
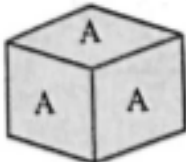
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود. | نمره             |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|------------------|
| ۱۳   | الف) ۴۱ (۰/۵)      ب- ۳۴ (۰/۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                   | ۱                |
| ۱۴   |  $OH^2 + AH^2 = OA^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} ۳^2 + AH^2 = ۵^2$ $\xrightarrow{(۰/۲۵)} AH = ۴ \quad (۰/۲۵)$ $S = ۱۶\pi \quad (۰/۲۵)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                   | ۱                |
| ۱۵   | <p>الف) مخروط ناقص (۰/۲۵)      ب) مثلث (۰/۲۵)      ت-هر نما (۰/۲۵)</p>  <p>نما روبرو</p>  <p>نما چپ</p> <p>نما بالا</p> <p>پ- حجم فضایی برابر است با حجم استوانه منهای حجم مخروط</p> $V = \underbrace{\pi(۳)^2(۴)}_{(۰/۲۵)} - \underbrace{\frac{1}{3}\pi(۳)^2(۴)}_{(۰/۲۵)} = ۲۴\pi \quad (۰/۲۵)$ <p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  |                                   | ۰/۵<br>۰/۷۵<br>۱ |
| ۱۶   | الف) ABCD, DCEF (۰/۲۵)      ب) AD یک خط متناظر کافی است (۰/۲۵)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                   | ۰/۵              |
|      | موفق و سربلند باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | جمع نمره                          | ۲۰               |

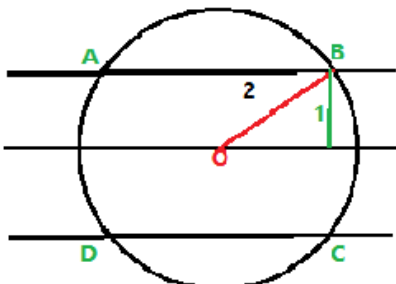
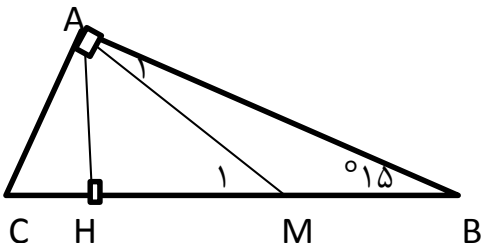
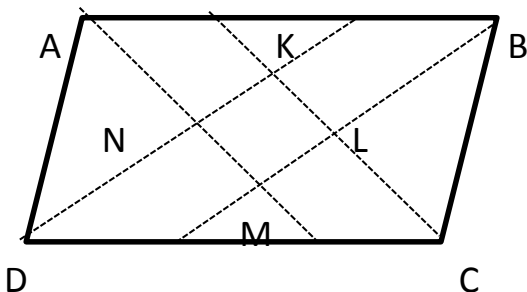
|                         |                           |                            |
|-------------------------|---------------------------|----------------------------|
| نام درس: هندسه ۱        |                           | پاسخ تشریحی سؤالات هندسه ۱ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۳ |                           |                            |
| تعداد صفحه: ۳ صفحه      |                           |                            |
|                         | امام خمینی (ره)           | رشته: ریاضی                |
|                         | "خرم شهر را خدا آزاد کرد" |                            |

|      |                         |                                   |      |
|------|-------------------------|-----------------------------------|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | فرض و حکم قضایا الزاما نوشته شود. | نمره |
|------|-------------------------|-----------------------------------|------|

| نمره به عدد: |                                                                                                                                                                                                             | نمره به حروف:  | نمره تجدید نظر به عدد: | نمره به حروف:  | محل مهر و امضاء مدیر |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------------------|----------------|----------------------|
| نام دبیر:    |                                                                                                                                                                                                             | تاریخ و امضاء: | نام دبیر:              | تاریخ و امضاء: |                      |
| ردیف         | سؤالات                                                                                                                                                                                                      |                |                        |                | نمره                 |
| ۱            | عکس قضیه های شرطی زیر را بنویسید و هر کدام که عکس آن برقرار است به صورت دو شرطی بیان نمایید<br>الف) اگر $x = 1$ باشد، آنگاه $(x^2 - 1)^2 + (x - 1)^2 = 0$ است.<br>ب) اگر $x > 0$ باشد، آنگاه $x^2 > 0$ است. |                |                        |                | ۱                    |
| ۱/۵          | مثلث قائم الزاویه ای با طول وتر ۴ و زاویه ۳۰ درجه رسم نمایید.(بطور کامل توضیح داده شود)                                                                                                                     |                |                        |                | ۲                    |
| ۱            | نقطه‌ی O روی خط d واقع است. همه نقاطی را تعیین کنید که از نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۲ واحد و از خط d به فاصله‌ی ۱ واحد باشند.                                                                                     |                |                        |                | ۳                    |
| ۱/۵          | در مثلث قائم الزاویه ABC، اندازه‌ی زاویه‌ی B برابر ۱۵° است. با رسم میانه و ارتفاع وارد بر وتر نشان دهید اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر ¼ اندازه وتر است.                                                       |                |                        |                | ۴                    |
| ۲            | ثابت کنید از تقاطع نیمساز های داخلی یک متوازی الاضلاع یک مستطیل پدید می آید.                                                                                                                                |                |                        |                | ۵                    |
| ۲            | عکس قضیه‌ی تالس را بیان و ثابت نمایید.                                                                                                                                                                      |                |                        |                | ۶                    |
| ۱/۵          | در متوازی الاضلاع ABCD، M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در N قطع کرده است. $S_{BMN} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$ نشان دهید:                                                                             |                |                        |                | ۷                    |
| ۲            | در شکل داده شده $EF \parallel BC$ می‌باشد. x و y را بیابید                                                                                                                                                  |                |                        |                | ۸                    |

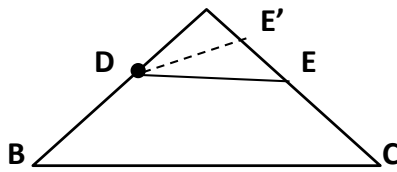
صفحه ۱ از ۲

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     |                                                                                     |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------------------------------|
| ۹  | در شکل روبه‌رو فاصله افقی و عمودی نقاط برابر یک واحد است. مساحت شکل کدام است؟                                                                                                                                                                                                                       | ۱   |    |
| ۱۰ | دو خط $d_1$ و $d_2$ در فضا با هم، موازی اند.<br>(الف) اگر صفحه $P$ با یکی از دو خط موازی باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟<br>(ب) اگر صفحه $P$ شامل یکی از دو خط باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟<br>(الف) سطح مقطع یک استوانه قائم با صفحه ای که از محور آن می‌گذرد را رسم کنید.              | ۲   |                                                                                     |
| ۱۱ | (ب) اگر مساحت سطح مقطع ۸ باشد، آنگاه مساحت جانبی استوانه را محاسبه نمایید.                                                                                                                                                                                                                          | ۱/۵ |                                                                                     |
| ۱۲ | به سوالات زیر پاسخ دهید.<br>(الف) از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها، چه شکلی حاصل می شود؟<br>(ب) از دوران مستطیل حل طول آن، چه شکلی بدست می آید؟<br>(پ) شکل حاصل از دوران مربعی به ضلع ۴ حول محور تعیین شده را رسم نمائید.<br>(د) حجم شکل حاصل در قسمت «پ» را محاسبه نمائید. | ۲   |  |
| ۱۳ | نمای روبروی شکل مقابل را رسم کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۰/۵ |  |
| ۱۴ | روی تمام وجه‌های مکعب‌هایی به شکل زیر، حرف $A$ نوشته شده است. ۱۰ تا از این مکعب‌ها را روی هم می‌چینیم، چند حرف $A$ دیده می‌شود؟                                                                                                                                                                     | ۰/۵ |  |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | محل مهر یا امضاء مدیر                                                              |
|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱    | عکس الف: اگر $(x^2 - 1)^2 + (x - 1)^2 = 0$ آنگاه $x=1$<br>ب) $x > 0$ اگر و تنها اگر $x^2 > 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                    |
| ۲    | ابتدا زاویه $\widehat{C\hat{Y}} = 30^\circ$ درجه را رسم میکنیم و سپس به مرکز C و شعاع ۴ کمانی رسم میکنیم و نقطه تلاقی آن با نیم خط CY را B می نامیم. از B خطی عمود بر نیم خط CX رسم میکنیم و نقطه تلاقی آن با CX را A می نامیم. مثلث ABC جواب مساله است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                    |
| ۳    | مساله ۴ جواب دارد.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
| ۴    | <p>در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است. پس :</p> $\Delta ABC : AM = MB = \frac{BC}{2} \rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{B} = 15^\circ$  <p>بنابراین : <math>\widehat{M_1} = \widehat{A_1} + \widehat{B} = 30^\circ</math>. از طرف دیگر مثلث قائم الزاویه ضلع روبرو زاویه ی <math>30^\circ</math> درجه نصف وتر است. پس <math>AH = \frac{AM}{2}</math>. لذا <math>AH = \frac{BC}{4}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                    |
| ۵    | <p>: متوازی الاضلاع ABCD را در نظر میگیریم و فرض می کنیم از برخورد نیمسازهای زاویه های داخلی آن ، چهارضلعی KLMN ایجاد شده باشد . در این صورت چون زاویه های مجاور در متوازی الاضلاع مکمل اند.</p> <p>پس <math>\widehat{D} + \widehat{C} = 180^\circ</math> و در نتیجه :</p>  $\widehat{N\hat{K}N} = 180^\circ - \frac{\widehat{D}}{2} - \frac{\widehat{C}}{2} = \frac{360 - (\widehat{D} + \widehat{C})}{2} = \frac{360 - 180}{2} = 90$ <p>به این ترتیب معلوم می شود که زاویه های <math>\widehat{M\hat{N}K}</math> ، <math>\widehat{N\hat{M}L}</math> ، <math>\widehat{M\hat{L}K}</math> در چهارضلعی KLMN قائم اند ، پس چهارضلعی مستطیل است</p> |                                                                                    |

عکس قضیه تالس : اگر خطی روی دو ضلع مثلثی چهار پاره خط متناسب جدا کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

به عبارت دیگر:  $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{EA}$  یا  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow DE \parallel BC$  A



اثبات : اثبات به روش برهان خلف است . اگر  $DE \nparallel BC$

می توان از D خطی موازی BC رسم کرد که AC را در نقطه ای غیر از E ، مانند E' قطع کند. در این صورت بنابر قضیه

تالس  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  و طبق فرض  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

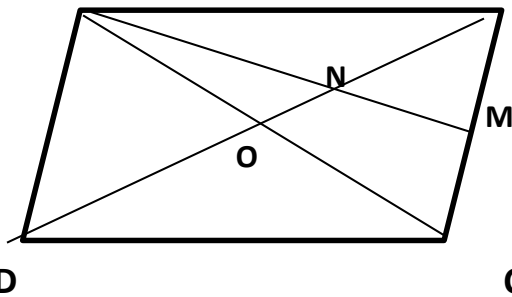
بنابراین  $\frac{AE}{EC} = \frac{AE'}{E'C}$  . اکنون با ترکیب در مخرج این تناسب :

$$\frac{AE}{AE+EC} = \frac{AE'}{E'C+A'E} \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AE'}{AC} \rightarrow AE = AE'$$

یعنی E و E' برهم منطبق اند که تناقض است.

پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود یعنی  $DE \parallel BC$

۶



$$\Delta ANC \cong \Delta ACD \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad (1)$$

میانهای هر مثل آن را به شش قسمت با مساحت های مساوی تقسیم می کنند.

$$\Delta ABC ; BM = MC , AO = OC \Rightarrow S_{\Delta MNB} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC} \quad (2)$$

از ۱ و ۲ داریم:

$$S_{\Delta MNB} = \frac{1}{6} \left[ \frac{1}{2} S_{ABCD} \right] = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

۷

$$\frac{x}{x+1} = \frac{x+2}{x+4} \rightarrow x(x+4) = (x+1)(x+2) \rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 3x + 2 \rightarrow 4x = 3x + 2 \rightarrow x = 2$$

$$\frac{y}{2y+2} = \frac{x}{2x+1} \xrightarrow{x=4} \frac{y}{2y+2} = \frac{4}{9} \rightarrow 9y = 8y + 8 \rightarrow y = 8$$
 از طرفی

۸

$$S = \frac{b}{2} - 1 + i = \frac{13}{2} - 1 + 2 = 7/5$$

۹

الف ) طبق فرض  $d_1 \parallel d_2$  . اگر صفحه ی P موازی خط  $d_1$  باشد پس خط  $d_2$  با صفحه ی P موازی یا منطبق است و خط  $d_2$  نمی تواند P را قطع کند.



ب ) فرض می کنیم صفحه ی P شامل خط  $d_1$  باشد . در این صورت صفحه ی P با خط  $d_2$  موازی یا شامل آن است.

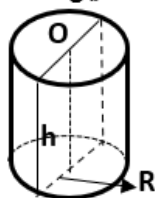


۱۰

مطابق شکل سطح مقطع صفحه ای که از محور استوانه می‌گذرد و آن را قطع می‌کند یک مستطیل است که ابعاد آن قطر استوانه ( $2R$ ) و ارتفاع استوانه  $h$  است.

طبق فرض مساحت این مقطع برابر ۸ است پس :

$$2R \times h = 8 \rightarrow S_{\text{جانبی استوانه}} = 2\pi R h = 8\pi$$



۱۱

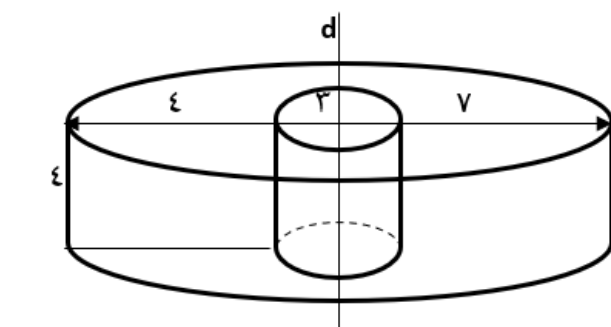
الف) مخروط ناقص

ب) استوانه توپر

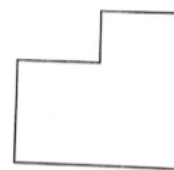
پ) شکلی شبیه به لاستیک ماشین

د) حجم شکل حاصل برابر یک استوانه تو خالی به شعاع ۷ است :

$$V = \pi 7^2 \times 4 - \pi 3^2 \times 4 = 196\pi - 36\pi = 160\pi$$



۱۲



۱۳

$$(4 \times 10) + 1 = 41$$

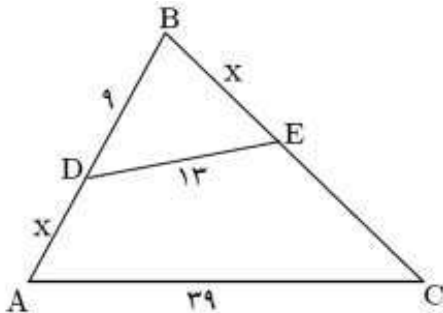
۱۴

امضاء:

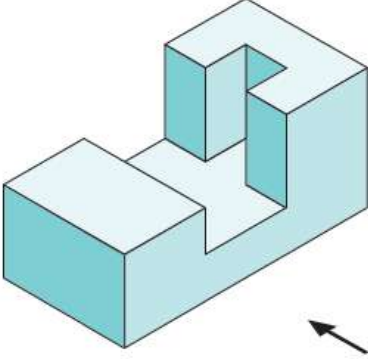
نام و نام خانوادگی مصحح : مرجان یغمایی

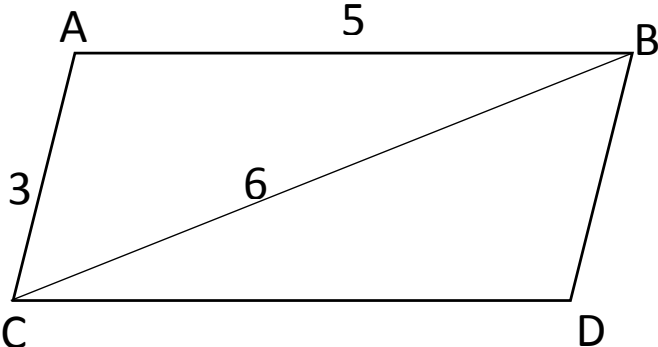
جمع بارم : ۲۰ نمره

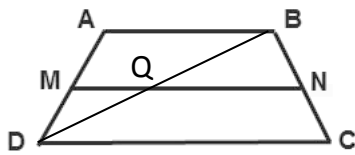
| محل مهر و امضاء مدیر |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | نمره به عدد: | نمره به حروف:  | نمره تجدیدنظر به عدد: | نمره به حروف:  |
|----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|----------------|-----------------------|----------------|
|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | نام دبیر:    | تاریخ و امضاء: | نام دبیر:             | تاریخ و امضاء: |
| ردیف                 | سؤالات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |              |                |                       | نمره           |
| ۱                    | جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید.<br><br>الف) چهار ضلعی که قطرهایش عمود منصف هم دیگر باشند ..... نام دارد .<br>ب) نقطهٔ هم‌رسی ارتفاع های اضلاع مثلث قائم الزاویه ..... قرار دارد.<br>ج) تعداد قطرهای یک نه ضلعی برابر ..... است.<br>د) مجموع فاصله های هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع از سه ضلع برابر است با ..... |              |                |                       | ۱              |
| ۱                    | ثابت کنید ارتفاع های هر مثلث، هم‌راسند.                                                                                                                                                                                                                                                                                             |              |                |                       | ۲              |
| ۱                    | متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول اضلاعش ۳ و ۵ و طول یک قطر آن ۶ باشد.                                                                                                                                                                                                                                                                |              |                |                       | ۳              |
| ۰/۵                  | الف) نقیض گزاره " لوزی وجود دارد که مربع نیست." را بنویسید.<br><br>ب) عکس قضیه " اگر یک چهار ضلعی زاویه هایش برابر باشد مستطیل است " را بنویسید.                                                                                                                                                                                    |              |                |                       | ۴              |
| ۰/۵                  | طول دو پاره خط برابر با $\sqrt{12}$ و $4\sqrt{5}$ است. واسطهٔ هندسی بین آنها را به دست آورید .                                                                                                                                                                                                                                      |              |                |                       | ۵              |
| صفحه ی ۱ از ۴        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |              |                |                       |                |

|               |                                                                                                                                                                                           |    |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱             | <p>در شکل زیر دو زاویه ی <math>\widehat{BCA} = \widehat{BDE}</math> مقدار <math>x</math> را بیابید.</p>  | ۶  |
| ۱/۵           | <p>ثابت کنید : اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند ، آنگاه دو مثلث متشابه اند.</p>                                                                                | ۷  |
| ۱             | <p>روابط طولی را بنویسید و یکی را به دلخواه ثابت کنید.</p>                                                                                                                                | ۸  |
| ۱             | <p>ثابت کنید اگر در یک چهارضلعی قطر ها منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی متوازی الاضلاع است.</p>                                                                                             | ۹  |
| ۱             | <p>ثابت کنید اگر وسط های ضلع های هر چهار ضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم ، یک متوازی الاضلاع پدید می آید.</p>                                                                        | ۱۰ |
| صفحه ی ۲ از ۴ |                                                                                                                                                                                           |    |

|     |                                                                                                                                      |    |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱   | اگر در یک مثلث متساوی الاضلاع اندازه ی ارتفاع برابر ۹ سانتی متر باشد، ضلع مثلث و سپس مساحت مثلث را بیابید.                           | ۱۱ |
| ۰/۵ | ابعاد مستطیلی ۱۰ و ۸ است ، مساحت مربعی که از برخورد نیمسازهای داخلی این مستطیل ایجاد می شود را بدست آورید. (نوشتن رابطه الزامی است ) | ۱۲ |
| ۱   | با استفاده از قضیه ی پیک مساحت قسمت سایه زده را بیابید.                                                                              | ۱۳ |
| ۱   | نشان دهید در هر چهار ضلعی که قطرهای بر هم عمود باشند ، مساحت برابر است با نصف حاصل ضرب دو قطر.                                       | ۱۴ |
| ۱   | در متوازی الاضلاع ABCD نقطه ی M وسط ضلع BC است و پاره خط AM قطر BD را در نقطه ی N قطع نموده است.<br>نشان دهید $S_{ABCD} = 12S_{MNB}$ | ۱۵ |

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۲/۵ | <p>به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید.</p> <p>الف) شکلی که از برخورد یک صفحه با شکل هندسی حاصل می شود چه نام دارد.</p> <p>ب) اگر یک خیار را به صورت مایل برش دهیم سطح مقطع آن چه شکلی است؟</p> <p>ج) اگر ربع یک دایره را حول شعاعش دوران دهیم شکل حاصل چیست؟</p> <p>د) از دوران یک مثلث متساوی الساقین حول قاعده آن، چه شکلی ایجاد می شود؟</p> <p>ه) دو صفحه ی عمود بر هم را تعریف کنید.</p> <p>و) از دو خط موازی چند صفحه می گذرد؟</p> <p>ز) در فضا از یک خط چند صفحه می گذرد؟</p> <p>ظ) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟</p> <p>ط) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می توان به آن صفحه عمود کرد؟</p> <p>ص) دو خط موازی را در نظر بگیرید. اگر یکی از خطوط را حول دیگری دوران دهیم چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟</p> | ۱۶ |
| ۱/۵ | <p>الف) دو صفحه P و Q بر هم عمودند و خط d نیز بر صفحه P عمود است. این خط نسبت به صفحه Q چه وضعی دارند.</p> <p>ب) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می توان عمود بر آن رسم کرد؟</p> <p>ج) از هر خط عمود بر صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد؟</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | ۱۷ |
| ۱   | حالت های مختلف دو صفحه را بیان کنید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | ۱۸ |
| ۱   | <p>در شکل زیر نمای بالا، روبه رو و سمت چپ را رسم کنید. (فلش روبرو را نشان می دهد)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | ۱۹ |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | محل مهر یا امضاء مدیر |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| ۱    | الف) لوزی      ب) راس قائمه      ج) ۲۷      د) ارتفاع مثلث                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                       |
| ۲    | اثبات در کتاب موجود است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                       |
| ۳    | فرض کنیم متوازی الاضلاع با این ویژگی رسم شده باشد.<br> <p>می دانیم اضلاع متوازی الاضلاع دو به دو باهم موازی و برابرند و متوازی الاضلاع از دو مثلث همنهشت تشکیل شده است. مثلث ABC به اضلاع ۵، ۶، ۳ رسم می کنیم. از C به موازات AB و از B به موازات AC رسم میکنیم. محل تلاقی دو خط رسم شده را D می نامیم. متوازی الاضلاع ABCD رسم می شود.</p> |                       |
| ۴    | الف) چنان نیست که لوزی وجود داشته باشد که مربع نباشد. یعنی هر لوزی مربع است. ب) اگر چهارضلعی مستطیل باشد، زاویه هایش برابر است.                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                       |
| ۵    | $x^2 = 4\sqrt{5} \times \sqrt{12} = 8\sqrt{15} \rightarrow x = \pm\sqrt{8\sqrt{15}}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                       |
| ۶    | $ABC, BDE : \begin{cases} \widehat{BCA} = \widehat{BDE} \\ \widehat{B} = \widehat{B} \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} ABC \sim BDE$ <p>بنابر اجزای متناظر:</p> $\frac{9+x}{x} = \frac{39}{13} \rightarrow 117 + 13x = 39x \rightarrow 26x = 117 \rightarrow x = 4.5$                                                                                                                                                     |                       |
| ۷    | اثبات در کتاب موجود است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                       |



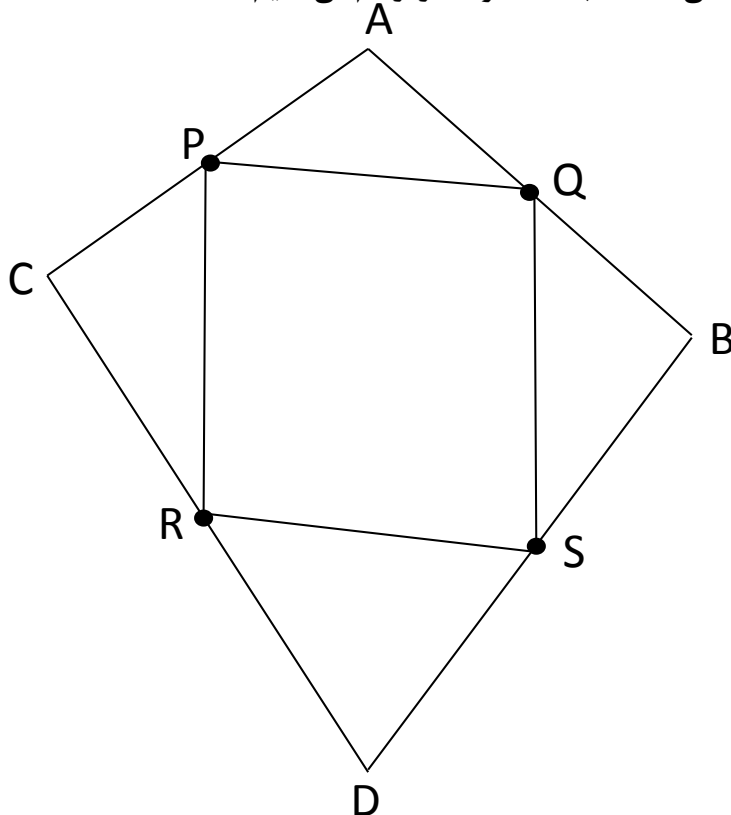
$$MQ \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AM}{MD} = \frac{BQ}{QD} \quad (1)$$

$$QN \parallel DC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BQ}{QD} = \frac{BN}{NC} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

اثبات در کتاب موجود است.

فرض کنیم P, Q, R, S وسطهای اضلاع چهارضلعی ABCD باشد. قطر BC را رسم می کنیم.



$$\frac{AP}{PC} = 1$$

$$\rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{QB} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} PQ \parallel BC \quad (1)$$

$$\frac{AQ}{QB} = 1$$

$$\frac{DR}{RC} = 1$$

$$\rightarrow \frac{DR}{RC} = \frac{DS}{SB} \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} RS \parallel BC \quad (2)$$

$$\frac{DS}{SB} = 1$$

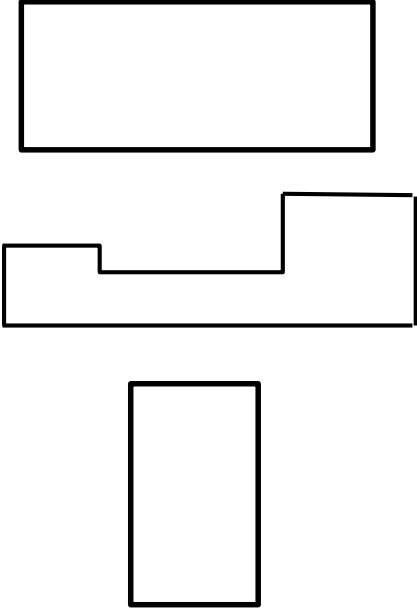
(۱) و (۲) نتیجه می دهد:  $RS \parallel PQ$

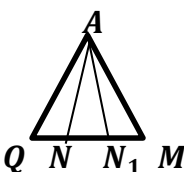
به همین طریق با رسم قطر AD می توان نشان داد  $RP \parallel SQ$ ، پس شکل حاصل از وصل کردن وسطهای اضلاع هرچهارضلعی یک متوازی الاضلاع تشکیل می شود.

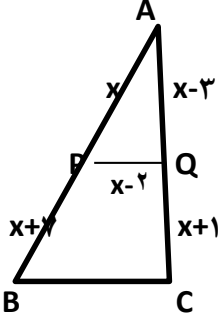
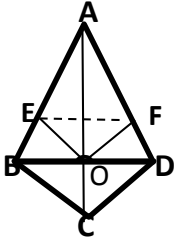
میدانیم در مثلث متساوی الاضلاع  $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ ، پس  $9 = \frac{\sqrt{3}}{2}a$  در نتیجه  $a = 6\sqrt{3}$

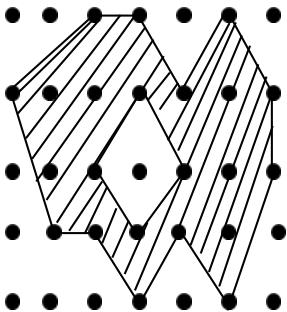
$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 27\sqrt{3}$$

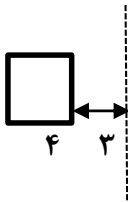
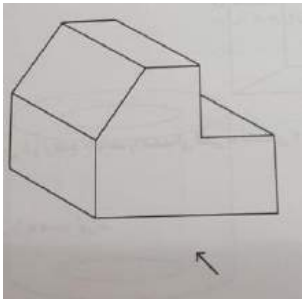
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| $\frac{\sqrt{2}}{2}(b-a) = \frac{\sqrt{2}}{2}(10-8) = \sqrt{2}$ <p>ضلع مربع</p> $(\sqrt{2})^2 = 2$ <p>مساحت مربع</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱۲ |
| $s = \frac{b}{2} + i - 1$ <p>مساحت قسمت سفید - مساحت کل</p> $s = \frac{8}{2} + 7 - 1 - 2\left(\frac{3}{2} - 1 + 0\right) = 9$                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱۳ |
| <div data-bbox="310 500 1024 1317" data-label="Image"> </div> $S_{ABCD} = S_{ACB} + S_{CBD}$ $S_{ACB} = \frac{AE \times BC}{2} \quad S_{CBD} = \frac{DE \times BC}{2}$ $\rightarrow S_{ABCD} = \frac{AE \times BC}{2} + \frac{DE \times BC}{2} = \frac{BC(AE + DE)}{2} = \frac{BC \times AD}{2}$                                                                                                                      | ۱۴ |
| <p>میدانیم هر سه میانه مثلث هم راسند و اگر هر سه میانه مثلث ا رسم کنیم، مثلث را به ۶ قسمت مساوی تقسیم می کند.<br/>پس:</p> $S_{BNM} = \frac{1}{6} S_{ACB} \quad (1)$ <p>هر قطر متوازی الاضلاع، متوازی الاضلاع را به دو مثلث همنهشت تقسیم میکند. هر دو مثلث همنهشت، هم مساحتند.<br/>بنابراین</p> $S_{ABCD} = \frac{1}{2} S_{ABC} \quad (2)$ <p>(۱) و (۲) نتیجه می دهد: <math>S_{ABCD} = \frac{1}{12} S_{ACB}</math></p> | ۱۵ |

|                                                                                                                                                                                                                                                                        |                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| <p>الف) سطح مقطع</p> <p>ب) بیضی</p> <p>ج) نیم کره</p> <p>د) دو مخروط که از قاعده بهم چسبیده اند</p> <p>ه) دو صفحه برعمودند هرگاه شامل خطی باشند که بر صفحه دیگر عمود باشد.</p> <p>و) یک صفحه</p> <p>ز) بیشمار</p> <p>ظ) عمود است</p> <p>ط) یک خط</p> <p>ص) استوانه</p> | ۱۶                        |
| <p>الف) موازی</p> <p>ب) یک خط</p> <p>ج) بی شمار</p>                                                                                                                                                                                                                    | ۱۷                        |
| <p>دو صفحه یا باهم موازیند ( الف) موازی که نقطه مشترک ندارند. ب) برهم منطبقند) یا متقاطع</p>                                                                                                                                                                           | ۱۸                        |
| <p>نمای بالا:</p> <p>رو به رو:</p> <p>سمت چپ:</p>                                                                                                                                   | ۱۹                        |
| <p>نام و نام خانوادگی مصحح : لیلا حیدر زاده</p> <p>امضاء:</p>                                                                                                                                                                                                          | <p>جمع بارم : ۲۰ نمره</p> |

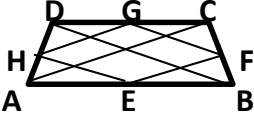
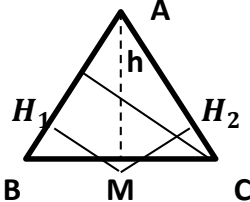
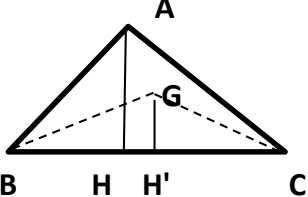
| نمره تجدید نظر به عدد:                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                 | نمره به حروف:  | نمره به عدد: | نمره به حروف:  | محل مهر و امضاء مدیر |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|--------------|----------------|----------------------|
| نام دبیر:                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                                                 | تاریخ و امضاء: | نام دبیر:    | تاریخ و امضاء: |                      |
| ردیف                                                                                | سؤالات                                                                                                                                                                                                                                                          |                |              |                | ردیف                 |
| ۱                                                                                   | مثلث قائم الزاویه ای که طول وتر $BC=5$ و ضلع $AB=2$ را رسم کنید. (تمام مراحل رسم به طور کامل توضیح داده شود)                                                                                                                                                    |                |              |                | ۱.۲۵                 |
| ۲                                                                                   | با کمک برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث $ABC$ ، $AB \neq AC$ آنگاه $\widehat{B} \neq \widehat{C}$                                                                                                                                                                |                |              |                | ۱                    |
| ۳                                                                                   | الف) <u>نقیض</u> گزاره «مستطیلی وجود دارد که مربع نیست» را بنویسید.<br>ب) <u>مثال نقض</u> برای گزاره « حاصلضرب هر عدد گویا در هر عدد گنگ همواره گنگ است » بیاورید.<br>ج) <u>عکس قضیه</u> « اگر یک چهارضلعی لوزی باشد ، قطرهايش عمودمنصف یکدیگرند. » را بنویسید. |                |              |                | ۰.۷۵                 |
| ۴                                                                                   | طول اضلاع مثلثی ۴، ۶، ۸ است. نسبت مجموع دو ارتفاع کوچکتر به بزرگترین ارتفاع را بدست آورید.                                                                                                                                                                      |                |              |                | ۱                    |
| ۵                                                                                   | در شکل زیر $MN = 2NQ$ و $N_1$ وسط $MN$ است و مساحت مثلث $PNQ$ برابر با ۸ است. مساحت مثلث $PN_1M$ را بدست آورید.                                                                                                                                                 |                |              |                | ۱                    |
|  |                                                                                                                                                                                                                                                                 |                |              |                |                      |
| صفحه ی ۱ از ۴                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                 |                |              |                |                      |

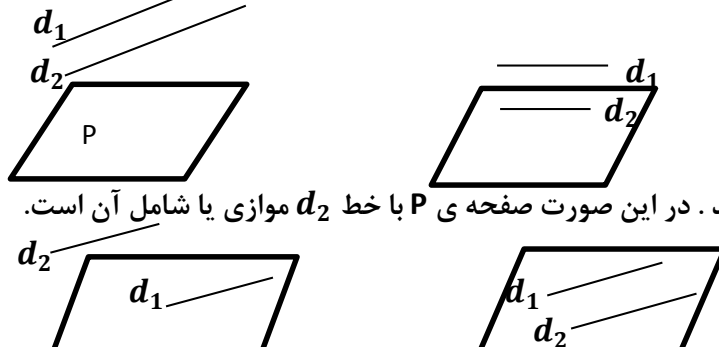
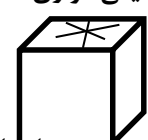
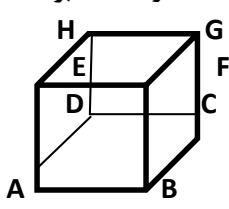
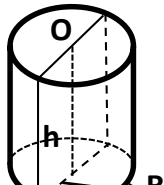
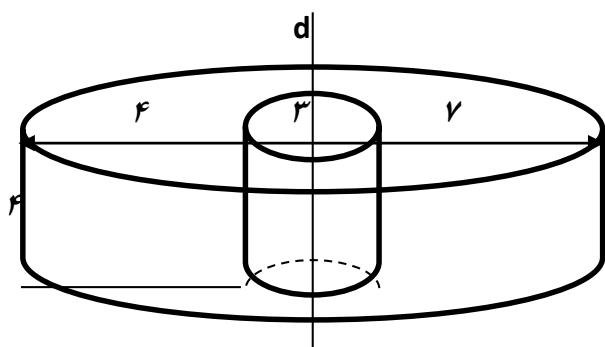
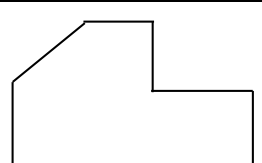
|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱             | <p>در شکل مقابل <math>PQ \parallel BC</math> است. طول ضلع <math>BC</math> را بیابید.</p>                                                                                                                                                                                                    | ۶  |
| ۱             | <p>در چهارضلعی <math>ABCD</math> مطابق شکل <math>\widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ</math>. از نقطه <math>O</math> محل تلاقی قطرهای آن بر اضلاع <math>AB</math> و <math>AC</math> عمودهای <math>OE</math> و <math>OF</math> را رسم می کنیم. ثابت کنید: <math>EF \parallel BD</math>.</p>  | ۷  |
| ۱.۲۵          | <p>از سه راس متوالی یک چند ضلعی محدب ۱۷ قطر عبور کرده است. مجموع زاویه های داخلی این چندضلعی را محاسبه نمایید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                           | ۸  |
| ۱             | <p>ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، قطر ها یکدیگر را نصف می کنند.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۹  |
| ۱.۲۵          | <p>ثابت کنید چهارضلعی حاصل از وصل کردن وسط های اضلاع یک دوزنقه متساوی الساقین لوزی است.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱۰ |
| صفحه ی ۲ از ۴ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                  |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ۱۱            | ثابت کنید در هر مثلث <u>متساوی الساقین</u> مجموع فاصله های هر نقطه روی قاعده تا ساق ها برابر است با طول ارتفاع وارد بر یکی از ساق ها.                                                                                                                                                                                                                                                                                | ۱.۲۵                                                                                                             |
| ۱۲            | ثابت کنید محل برخورد میانه های مثلث از هر یک از ضلع های مثلث $\frac{1}{3}$ ارتفاع وارد بر آن است.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ۱                                                                                                                |
| ۱۳            | با توجه به مساحت چندضلعی های شبکه ای ، مساحت قسمت سایه زده را محاسبه کنید.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <div> <div>۱.۲۵</div>  </div> |
| ۱۴            | <p>دو خط <math>d_1</math> و <math>d_2</math> در فضا با هم موازی اند.</p> <p>الف ) اگر صفحه P با یکی از دو خط موازی باشد ، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد ؟</p> <p>ب ) اگر صفحه P شامل یکی از دو خط باشد ، نسبت به هم چه وضعیتی دارند ؟</p>                                                                                                                                                                             | ۱                                                                                                                |
| ۱۵            | <p><u>درستی و نادرستی</u> هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید و در صورت نادرست بودن <u>مثال نقض</u> بیاورید.</p> <p>الف ) از دو خط متقاطع <u>تنها یک</u> صفحه می گذرد.</p> <p>ب ) از یک نقطه غیر واقع بر یک صفحه ، <u>تنها یک</u> خط می توان موازی با آن صفحه رسم کرد.</p> <p>ج ) دو صفحه عمود بر یک صفحه ، همواره با هم موازیند.</p> <p>د ) اگر خطی بر یکی از خطوط صفحه های عمود باشد ، لزوماً بر آن عمود نیست.</p> | ۱.۵                                                                                                              |
| صفحه ی ۳ از ۴ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                  |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| ۱             | <p>الف ( سطح مقطع یک استوانه قائم با صفحه ای که از محور آن میگذرد را رسم کنید.</p> <p>ب ( اگر مساحت سطح مقطع ۸ باشد ، آنگاه مساحت جانبی استوانه را محاسبه نمائید.</p>                                                                                                                                                                                                                                             | ۱۶ |
| ۲             | <p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف ( از دوران یک دوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها ، چه شکلی حاصل می شود ؟</p> <p>ب ( از دوران مستطیل حل طول آن ، چه شکلی بدست می آید؟</p> <p>پ ( شکل حاصل از دوران مربعی به ضلع ۴ حول محور تعیین شده را رسم نمائید.</p>  <p>د ( حجم شکل حاصل در قسمت «پ» را محاسبه نمائید.</p> | ۱۷ |
| ۰.۵           | <p>در شکل زیر نمای بالا و روبرو را رسم کنید.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                               | ۱۸ |
| صفحه ی ۴ از ۴ |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |

| ردیف | راهنمای تصحیح                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | محل مهر یا امضاء مدیر |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| ۱    | ابتدا نقطه A را روی خط d در نظر می گیریم و خط d' را در این نقطه بر خط d عمود رسم می کنیم . سپس به مرکز A و شعاع ۲ کمانی رسم می کنیم تا خط d' را در نقطه B قطع کند و در نهایت به مرکز B و شعاع ۵ کمانی رسم می کنیم و خط d را در نقاط C و F قطع می کند.                                                                                                                                                       |                       |
| ۲    | فرض خلف : فرض می کنیم $\widehat{B} = \widehat{C}$ . لذا در مثلث ABC ، نتیجه می شود که $AB=AC$ که تناقض است یعنی خلاف فرض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.                                                                                                                                                                                                                                             |                       |
| ۳    | الف ( هر مستطیل مربع است. )<br>ج ( اگر قطر های یک چهارضلعی عمودمنصف یکدیگر باشند ، آنگاه آن چهارضلعی لوزی است. )<br>ب $0 \times \sqrt{2} = 0 \in Q$                                                                                                                                                                                                                                                         |                       |
| ۴    | بزرگترین ارتفاع $h_a \rightarrow a = 4, b = 6, c = 8$<br>$\frac{hb}{h_a} + \frac{hc}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_a} \xrightarrow{\text{عکس}} \frac{a}{b} + \frac{a}{c} = \frac{4}{6} + \frac{4}{8} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$                                                                                                                                                     |                       |
| ۵    | اگر $NQ=x$ پس $MN=2x$ . مثلث های $PNQ$ و $PN_1M$ دو ارتفاع دارد از راس P مشترک اند . پس نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت قاعده هایشان است.<br>$\frac{S_{PN_1M}}{S_{PNQ}} = \frac{MN_1}{NQ} = \frac{x}{x} = 1$<br>چون $S_{PNQ} = 8$ پس $S_{PN_1M} = 8$                                                                                                                                                        |                       |
| ۶    | تالس $PQ \parallel BC \rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$<br>$\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x(x+1) = (x-3)(x+7)$<br>$x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$<br>حال طبق تعمیم قضیه تالس :<br>$\frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC}$<br>$\frac{7}{21} = \frac{5}{BC} \rightarrow BC = 15$                                                                               |                       |
| ۷    | چون BC و OE بر AB عمودند ، پس $OE \parallel BC$ ، به طریق مشابه داریم $OF \parallel CD$ لذا داریم :<br>$\Delta ACD : OF \parallel CD \rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{OA}{OC}$<br>$\Delta ABC : OE \parallel BC \rightarrow \frac{AE}{BE} = \frac{OA}{OC}$<br>$\rightarrow \frac{AF}{DF} = \frac{AE}{BE} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel BD$                                                    |                       |
| ۸    | از هر راس n ضلعی محدب n-۳ قطر می گذرد. پس به نظر می رسد که از سه راس متوالی آن $3(n-3)$ قطر می گذرد . ولی یکی از قطر ها دوبار حساب شده است و آن قطری است که دو راس غیر مجاور را به هم وصل می کند . بنابراین تعداد قطر های رسم شده از سه راس متوالی n ضلعی محدب برابر با $3(n-3)-1$ است. پس : $3(n-3)-1=17 \rightarrow n=9$<br>بنابراین مجموع زاویه های داخلی این ۹ ضلعی محدب $180 \times (9-2) = 1260$ است. |                       |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <p>فرض می کنیم در متوازی الاضلاع ABCD قطر های AC و BD یکدیگر را در نقطه O قطع کرده باشند (مانند شکل) . در این صورت طبق قضیه نتیجه می شود که <math>AB=CD</math> و از موازی بودن AB و CD و مورب بودن AC و BD نتیجه می شود که <math>\widehat{A_1} = \widehat{C_1}</math> و <math>\widehat{B_1} = \widehat{D_1}</math> به این ترتیب مثلث های AOB و COD هم نهشت اند ( ز ض ز ) . بنابراین <math>OB=OD</math> و <math>OA=OC</math> یعنی قطر ها یکدیگر را نصف میکنند.</p>                                                                                                                                                                                                                                    | ۹  |
| <p>فرض می کنیم نقاط E و F و G و H نقاط وسط اضلاع باشند.</p>  $\left. \begin{aligned} \Delta ADC : \frac{DH}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} GH \parallel AC, GH = \frac{AC}{2} \\ \Delta ABC : \frac{BF}{BC} = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel AC, EF = \frac{AC}{2} \end{aligned} \right\} \rightarrow EF \parallel GH, EF = GH$ <p>پس چهارضلعی EFGH متوازی الاضلاع است و با استدلال مشابه می توان نشان داد که EH و GF هر دو با BD موازی اند و نصف BD اند. <math>(GF = HE = \frac{BD}{2})</math></p> <p>اما در دوزنقه متساوی الساقین قطر ها برابرند . <math>(AC=BD)</math> پس <math>EF=GH=GF=HE</math> پس EFGH لوزی است.</p> | ۱۰ |
| <p>فرض می کنیم مثلث ABC متساوی الساقین باشد . <math>(AB=AC)</math> و M نقطه ای روی قاعده BC باشد . فرض کنید <math>H_1</math> و <math>H_2</math> پای عمودهای وارد از M به ترتیب بر ساق های AB و AC باشند . توجه کنید که :</p> $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} = \frac{1}{2} MH_1 \times AB + \frac{1}{2} MH_2 \times AC = \frac{1}{2} AB (MH_1 + MH_2) \quad (۱)$ <p>از طرف دیگر اگر طول ارتفاع وارد بر ساق AB برابر h باشد :</p> $S_{ABC} = \frac{1}{2} h \times AB \quad (۲)$ $(۱, ۲) \rightarrow MH_1 + MH_2 = h$                                                                                                                                                                                  | ۱۱ |
|  $GH' = \frac{1}{3} AH$ <p>فرض می کنیم G نقطه ی برخورد میانه های مثلث ABC باشد و <math>GH'</math> فاصله ی G از BC و AH ارتفاع وارد بر BC باشد.</p> <p>می دانیم مساحت مثلث BGC مساوی <math>\frac{1}{3}</math> مساحت مثلث ABC است . بنابراین :</p> $S_{BGC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} OH' \times BC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} BC \times AH \rightarrow GH' = \frac{1}{3} AH$                                                                                                                                                                                                                                                                                              | ۱۲ |
| <p>طبق قضیه پیک داریم : <math>S = \frac{b}{2} + i - 1</math></p> <p>مساحت چندضلعی کوچکتر - مساحت چندضلعی بزرگ تر = مساحت ناحیه رنگی</p> $S = \left( \frac{12}{2} + 11 - 1 \right) - \left( \frac{4}{2} + 1 - 1 \right) = 16 - 2 = 14$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۱۳ |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <p>الف ( طبق فرض <math>d_1 \parallel d_2</math> . اگر صفحه ی P موازی خط <math>d_1</math> باشد پس خط <math>d_2</math> با صفحه ی P موازی یا منطبق است و خط <math>d_2</math> نمی تواند P را قطع کند.</p>  <p>ب ( فرض می کنیم صفحه ی P شامل خط <math>d_1</math> باشد . در این صورت صفحه ی P با خط <math>d_2</math> موازی یا شامل آن است.</p>                     | ۱۴ |
| <p>الف ( درست )<br/>ب ( نادرست . در مکعب روبرو می دانیم که صفحه های وجه های روبرو در مکعب موازی اند. اگر O نقطه ای در وجه بالایی مکعب باشد ، هر خط گذرنده از O در صفحه ی وجه بالایی با صفحه وجه پائینی موازی است.</p>  <p>پ ( نادرست . در مکعب دو صفحه ی AEFB و BCGF بر صفحه وجه ABCD عمودند ، اما صفحه این دو وجه ها موازی نیستند.</p>  <p>د ( درست )</p> | ۱۵ |
| <p>مطابق شکل سطح مقطع صفحه ای که از محور استوانه می گذرد و آن را قطع می کند یک مستطیل است که ابعاد آن قطر استوانه (<math>2R</math>) و ارتفاع استوانه <math>h</math> است.</p> <p>طبق فرض مساحت این مقطع برابر ۸ است پس :</p> $2R \times h = 8 \rightarrow S_{\text{جانبی استوانه}} = 2\pi R h = 8\pi$                                                                                                                                        | ۱۶ |
| <p>الف ( مخروط ناقص )<br/>ب ( استوانه توپر )<br/>پ ( شکلی شبیه به لاستیک ماشین )<br/>د ( حجم شکل حاصل برابر یک استوانه تو خالی به شعاع ۷ است :</p> $V = \pi 7^2 \times 4 - \pi 3^2 \times 4 = 196\pi - 36\pi = 160\pi$ <p>استوانه کوچک - استوانه بزرگ = <math>V</math> ها شور</p>                                                                                                                                                           | ۱۷ |
| <p>نمای رو به بالا :</p>  <p>نمای رو به رو :</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | ۱۸ |



